



HAL
open science

Calcul sans peine

Olivier Rioul

► **To cite this version:**

| Olivier Rioul. Calcul sans peine. Au Fil des Maths, Bulletin de l'APMEP, 2023. hal-04137036

HAL Id: hal-04137036


<https://telecom-paris.hal.science/hal-04137036>

Submitted on 6 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Calcul sans peine

Voici un extrait d'un article paru le 1^{er} avril 2022 sur le site CultureMath , dans lequel Olivier Rioul nous dévoilait en exclusivité les secrets qui lui ont permis de réussir sa carrière mathématique sans aucun effort !

Olivier Rioul

Comment simplifier une fraction¹

Tout le monde sait qu'on simplifie une fraction en barrant les chiffres qui apparaissent à la fois au numérateur (en haut) et au dénominateur (en bas). Par exemple, considérons la fraction

$$\frac{16}{64}$$

Un six (6) apparaît à la fois au dénominateur et au numérateur, simplifions-le :

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Après simplification il reste $\frac{1}{4}$. On ne peut plus simplifier davantage ; on dit alors qu'on a obtenu cette fraction sous forme *réduite*.

Exercice

Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{19}{95} ; \frac{26}{65} ; \frac{49}{98} ; \frac{20}{50} ; \frac{16\ 666}{66\ 664}$$

Comme le montre le dernier exemple ci-dessus, la méthode générale de simplification des fractions fonctionne pour des nombres à plus de deux chiffres.

Prenons un autre exemple : la fraction

$$\frac{3\ 544}{7\ 531}$$

Ici on peut simplifier par 5 car il apparaît à la fois en haut et en bas. Noter que les deux « 5 » se trouvent juste l'un en dessous de l'autre. On dit qu'ils occupent la même *position*. Après simplification, on obtient :

$$\frac{3\ 544}{7\ 531} = \frac{344}{731}$$

Attention : Une erreur courante chez les débutants est de croire qu'on peut encore simplifier par 3. C'est entièrement faux : En effet, vérifiez directement que

$$\frac{344}{731} \neq \frac{44}{71}$$

La raison est que les deux 3 ne se trouvent pas juste l'un en-dessous de l'autre. On dit qu'ils occupent des *positions différentes*.


Comment calculer un carré

Souvent, les élèves débutants ont du mal à calculer de tête un carré d'un nombre plus grand que 15.

Ils savent que $12^2 = 144$ ou que $13^2 = 169$, mais ils butent sur des calculs plus difficiles comme :

$$21^2 \quad \text{ou} \quad 31^2.$$

La méthode de calcul est pourtant simple : il suffit d'inverser les chiffres et de les lire de droite à gauche au lieu de les lire de gauche à droite.

1. NDLR : nous vous suggérons aussi la lecture de l'article « La simplification du cancre » sur le site de l'académie de Lyon 

Par exemple, pour calculer 21^2 , il suffit de se souvenir que :

$$12^2 = 144$$

qui, lu de droite à gauche, donne :

$$21^2 = 441.$$

Comment développer un carré

Développer un carré rebute souvent les débutants. Un travers souvent constaté est d'écrire, par exemple :

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$

Bien que la tentation soit grande, *c'est entièrement faux*. En fait, on sait bien que $(a + b + c + d)^2$ donne un résultat plus grand que $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$. Le carré d'une somme n'est pas égal à la somme des carrés, mais bien à la somme des cubes. Prenons un exemple au hasard. On a bien

$$(2 + 4 + 1 + 3 + 5)^2 = 2^3 + 4^3 + 1^3 + 3^3 + 5^3.$$

L'élève sceptique pourra vérifier directement que ces deux expressions donnent le même résultat, à savoir 225. De même,

$$(4+1+7+2+6+5+3)^2 = 4^3+1^3+7^3+2^3+6^3+5^3+3^3$$

comme on peut le vérifier directement à la calculette.

Exercice

Développer les carrés des sommes suivants :

$$(3 + 1 + 0 + 2)^2$$

$$(4 + 6 + 8 + 3 + 1 + 5 + 2 + 7 + 9)^2$$

$$(12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)^2$$

Comment calculer une somme de factorielles

C'est extrêmement simple. Si on veut, par exemple, calculer


$$1! + 4! + 5!$$

... inutile de calculer chaque factorielle et de faire la somme ! Il suffit d'enlever tous les signes « ! » et « + » et on obtient le résultat exact :

$$1 + 4! + 5! = 145.$$

Exercice : calculer

$$4! + 0! + 5! + 8! + 5!$$

NDLR : Si vous souhaitez aussi parfaire vos compétences pour simplifier des puissances dans une fraction, simplifier une somme d'entiers consécutifs, simplifier une somme de carrés consécutifs, ou encore simplifier un produit d'entiers consécutifs, empresses-vous de lire en intégralité l'article d'Olivier Rioul paru sur CultureMath  !

Et enfin, si vous aussi vous avez des méthodes infaillibles pour réussir en maths, merci de les partager avec nous avant le prochain 1^{er} avril !

