



La tête à Toto

Karim Zayana, Victor Rabiet

► To cite this version:

| Karim Zayana, Victor Rabiet. La tête à Toto. 2021. hal-03251219

HAL Id: hal-03251219

<https://telecom-paris.hal.science/hal-03251219>

Submitted on 6 Jun 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La tête à Toto

Karim ZAYANA^{1,2} et Victor RABIET^{1,3}

¹ Ministère de l'Éducation nationale, Paris

² LTCL, Télécom Paris, Institut Polytechnique de Paris

³ DMA, École normale supérieure, Paris



« Zéro + Zéro
= la boule à Zéro
(et la tête à Toto) »

Comment pouvait-il en aller autrement du Zéro ? Originaire d'Inde, mais emprunté à l'arabe « صفر » (prononcer Şifr) qui signifie le « Vide » ou la « Vacance », un « Sifflement de l'air » (souvent léger) ainsi qu'une « Couleur jaune » (plutôt pâle) et bien sûr le « Nombre nul », il devint par consonnance¹ « Zé-firo » une fois passé dans l'Occident du Moyen Âge, formant ensuite les mots « Chiffre » et « Zéro », de ce fait de même souche [6, 9, 7, 3].

Comme pour la somme, il en va du produit

« Zéro × Zéro »,

lui aussi réduit au néant.

Étrangement, la puissance

« Zéro^{Zéro} »

fait bande à part. Mieux, à valoir « Un » elle recrée l'unité tout en partant de rien. C'est qu'il le faut bien pour lire correctement en classe de Terminale [5], dans la formule du binôme

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k},$$

1. Les consonnes ont été conservées, tandis que des voyelles (souvent omises à l'écrit en arabe) ont été arbitrairement changées ou ajoutées durant leur traversée.

2. FIBONACCI, dit Léonard de Pise, vécut en Italie entre les XII^e et XIII^e siècles.

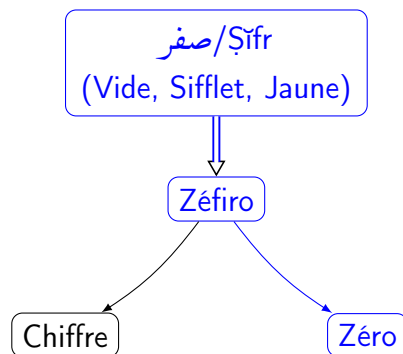


FIGURE 1: Arbre étymologique du nom « Zéro ». C'est Fibonacci² qui aurait introduit le mot « Zéfiro », pour sa ressemblance avec l'arabe. Le Dieu grec « Zéphyr » (incarnation mythologique d'un vent doux de l'ouest) dont – heureux hasard – à la fois la sonorité et le sens se rapprochent, l'aurait-il également inspiré ? Peut-être. L'expression « c'est du vent ! », aujourd'hui si courante, et les notations « 0 » et « $\emptyset$ », si voisines, offrent ainsi différents reflets.

le premier terme $\binom{n}{0}a^0b^n$ ou le dernier $\binom{n}{n}a^nb^0$ si, cas particulier un peu bête mais fréquent, l'un des deux opérandes $a \in \mathbb{R}$ ou $b \in \mathbb{R}$ est nul.

C'est qu'il le faut encore pour évaluer convenablement le polynôme

$$P(X) = \sum_{k=0}^n a_k X^k$$

en 0 et recueillir $a_0 0^0 = a_0$, son coefficient constant [5]. Nécessité fait loi, pour ainsi dire.

Mais toute pratique qu'elles soit, la convention $0^0 = 1$ (équivalente par passage au logarithme à $0 \times \infty = 0$, règle utilisée en théorie de la mesure [1, 2]), se fait trompeuse face aux limites, si dangereusement indéterminées

$$\ll \rightarrow \text{Zéro} \rightarrow \text{Zéro} \gg.$$

On en croise certaines dès la classe de Première [4]. Ainsi, par exemple,

- $(2^{-n})^{\frac{1}{n}}$ tend vers $\frac{1}{2}$ et non 1 ;
- $(3^{-n})^{\frac{1}{n}}$ tend vers $\frac{1}{3}$ et non 1 ;

- $(2^{-n})^{\frac{1}{\sqrt{n}}}$ tend vers 0 et non 1 ;

Quant à

- $(2^{-n})^{\frac{2+(-1)^n}{n}}$, il ne tend vers rien. . .

On pourra faire le lien avec cet autre écueil. . . redoutable,

$$\ll \rightarrow 1^{\rightarrow\infty} \gg,$$

puisque formellement

$$\ll \rightarrow 1^{\rightarrow\infty} = e^{\rightarrow\infty \ln(\rightarrow 1)} = e^{(\rightarrow -\infty)(\pm \ln(\rightarrow 1))} = (e^{\rightarrow -\infty})^{\pm \ln(\rightarrow 1)} = \text{Zéro} \rightarrow \text{Zéro} \gg.$$

Comme exemple iconique : $(1 + \frac{x}{n})^n$, issu de la résolution numérique de l'équation différentielle $(y' = y; y(0) = 1)$ par la méthode de Newton, admet une limite. Et voilà qui peut conforter la définition de l'exponentielle au lycée [8].

Remerciements

Les auteurs remercient Abdelwahid FAYALA, de l'INALCO, et Sami JADIBA, de l'université de Damas (Syrie) et de l'ESTP - campus de Troyes, pour leur relecture aussi attentive qu'attentionnée.

Références

- [1] Claude GASQUET et Patrick WITOMSKI. *Analyse de Fourier et applications*. Masson, 1990.
- [2] Thierry GOUDON. *Intégration : intégrale de Lebesgue et introduction à l'analyse fonctionnelle*. Ellipses, 2011.
- [3] George IFRAH. *Histoire universelle des chiffres*. Robert Laffont, 1994.
- [4] « Programme d'enseignement de spécialité de mathématiques de la classe de Première de la voie générale ». In : *Bulletin officiel spécial n°1 du 22 janvier 2019* (2019). URL : <https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special1/MENE1901632A.htm>.
- [5] « Programme de l'enseignement de spécialité de mathématiques de la classe de Terminale de la voie générale ». In : *Bulletin officiel spécial n°8 du 25 juillet 2019* (2019). URL : <https://www.education.gouv.fr/bo/19/Special8/MENE1921246A.htm>.

- [6] Jean PRUVOST. *Nos ancêtres les Arabes*. Jc Lattès, 2017.
- [7] Daniel REIG. *Dictionnaire arabe – français, français – arabe*. Larousse, 1983.
- [8] Florian REVERCHON. « Construire la fonction exponentielle en Première ». In : *CultureMath* (2021).
- [9] Karim ZAYANA, Sami JADIBA, Selma KRAIEM et Abdelwahid FAYALA. « La mathématique migrante ». In : *Les cahiers pédagogiques* (2020).